

DOI: 10.7652/xjtuxb201305013

时滞动力学系统的 L-K 稳定性条件分析

张晓艳^{1,3}, 孙建桥², 丁千¹

(1. 天津大学力学系, 300073, 天津; 2. 加州大学默塞得分校工学院, 95343, 美国加利福尼亚默塞得;
3. 天津电子信息职业技术学院电子系, 300132, 天津)

摘要: 针对线性时滞动力学系统的稳定性问题, 比较了 3 种 Lyapunov-Krasovskii (L-K) 泛函。以一个在时滞 PD 反馈控制下的二阶线性系统作为数值实例, 在反馈增益的参数空间中, 根据不同的 L-K 泛函所对应的线性矩阵不等式条件计算线性系统的稳定域, 并与由特征方程计算出的结果进行比较。结果表明: L-K 泛函的稳定性条件是充分且保守的; Gu 的完整 L-K 泛函的 LMI 不等式中暗含无穷多的矩阵, 因此保守性得到很大改善, 但其计算量显著增大; 当将 Lyapunov 稳定性理论用于控制设计时, 经常使用保守的稳定性条件, 但 Gu 的 L-K 泛函更有利于控制器设计。

关键词: 动力学系统; 时滞; 稳定性; Lyapunov-Krasovskii 理论

中图分类号: O317 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)05-0072-05

Analysis of Lyapunov-Krasovskii Stability for Dynamical Systems with Time Delay

ZHANG Xiaoyan^{1,3}, SUN Jianqiao², DING Qian¹

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300073, China; 2. School of Engineering,
University of California, Merced, CA 95343, USA; 3. Department of Electronics, Tianjin
Electronic Information Vocational Technology College, Tianjin 300132, China)

Abstract: Three Lyapunov-Krasovskii (L-K) functionals for stability of time-delayed linear dynamical systems are compared. A benchmark second order linear system under delayed PD feedback controls is considered. The stability domains in the feedback gain parameter space are computed from the LMIs of different L-K functionals, and are compared with that calculated from the characteristic equation of the linear system. The results show that while most L-K functionals provide sufficient conditions for stability, which are conservative, Gu's complete L-K functional is the least conservative and the most accurate, and provides a necessary and sufficient condition for stability. Gu's complete L-K functional involves implicitly infinite number of matrices, hence, with a huge computational effort. When the Lyapunov stability theory is adopted for control design, the conservative stability conditions may be used, while Gu's complete L-K functional is more favorable to the design of controller.

Keywords: dynamical system; time delay; stability; Lyapunov-Krasovskii theory

时滞现象广泛存在于航天航空、机械设计、车辆制造、建筑结构、金融工程、信息通信、生物技术及脑

信息科学等众多领域, 时滞动力学系统的稳定性也一直是重要的研究课题。Lyapunov-Krasovskii (L-

收稿日期: 2012-09-15。 作者简介: 张晓艳(1974—), 女, 博士生; 孙建桥(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11172197)。

网络出版时间: 2013-02-19

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130219.1010.003.html>

K)泛函方法是研究稳定性的常用方法^[1-2],已有很多研究线性时滞系统稳定性的例子^[3-5]。Fan 等人使用线性矩阵不等式研究了带离散和分布时滞的一类中性系统的渐近稳定性问题^[6];Ivanescu 等人研究了时滞无关和时滞相关的稳定性条件^[7-9];Han 选取时滞无关和时滞相关的 L-K 泛函,分析了线性时滞和中性系统的稳定性^[10];Shao 提出了在一定范围内变时滞系统的改进的稳定性条件^[11];He 等人研究了 L-K 泛函在已知时滞上、下限的时变系统中的应用^[12]。在不定时滞的线性模型预测控制研究中,L-K 泛函依赖于不定时滞的上限^[13]。Kwon 等人利用 L-K 泛函方法,得到了中性系统的时滞相关的鲁棒稳定性条件^[14];刘健辰等人从 Finsler 引理角度,研究了时滞系统的时滞相关稳定性分析和镇定问题^[15];张红强等基于二次分离方法,研究了时变时滞系统的时滞相关稳定性问题^[16]。

通常,L-K 泛函方法的稳定条件是保守的,减少其保守性是当前研究的主要问题之一。本文介绍 3 个有代表性的线性时滞系统 L-K 泛函,并通过在一个典型系统上的应用,比较这些泛函给出的稳定域,以及它们的保守性。

1 线性时滞系统的 L-K 稳定性

考虑一个时不变线性时滞系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) \tag{1}$$

初始条件是

$$x(t) = \phi(t), \quad \forall t \in [-\tau, 0] \tag{2}$$

式中: $\phi(t)$ 是已知的时间的函数。系统特征方程为

$$\det(A + A_d e^{-\tau} - Is) = 0 \tag{3}$$

计算得到特征方程的根,从而可以确定系统的稳定性。下面,介绍几个典型的应用 L-K 泛函来研究线性时滞系统稳定性的方法。

1.1 时滞无关的稳定性条件

定义一个 L-K 泛函^[7]

$$V(t) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau}^t x^T(s)Sx(s)ds \tag{4}$$

式中: $P=P^T>0;S=S^T>0$ 。该泛函的导数为

$$\begin{bmatrix} A^T P_2 + A_d^T P_2 + P_2^T A + P_2^T A_d & P_1 - P_2^T + A^T P_3 + A_d^T P_3 & \tau P_2^T A_d \\ P_1 - P_2 + P_3^T A + P_3^T A_d & -P_3 - P_3^T + \tau R & \tau P_3^T A_d \\ \tau A_d^T P_2 & \tau A_d^T P_3 & -\tau R \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

则系统(1)渐近稳定。

1.2.2 自由权矩阵方法 考虑 L-K 函数^[18]

$$V_2(t) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau}^t x^T(s)Qx(s)ds +$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) + \\ & x^T(t)Sx(t) - x^T(t-\tau)Sx(t-\tau) \end{aligned} \tag{5}$$

或写成矩阵形式

$$\begin{aligned} \dot{V} = & [x^T(t) \quad x^T(t-\tau)] \cdot \\ & \begin{bmatrix} A^T P + PA + S & PA_d \\ A_d^T P & -S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

系统(1)稳定的条件是 $\dot{V}<0$,即

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + S & PA_d \\ A_d^T P & -S \end{bmatrix} < 0 \tag{7}$$

矩阵不等式(7)成立的必要条件是

$$A^T P + PA + S < 0$$

因此,这个 L-K 泛函要求不带时滞的线性系统 $\dot{x}(t) = Ax(t)$ 是稳定的,这意味着 A 必须是 Hurwitz 稳定的。这个时滞无关的判据不适用于不含时滞部分为非稳定的线性系统。由于上述的稳定性条件不含时间延迟 τ ,所以此稳定性条件必须对任意时间延迟都适用,包括任意大的时滞,因而这个稳定性条件过于保守。

1.2 时滞相关的稳定性条件

为了改善上述 L-K 时滞无关稳定性条件的局限性,许多学者研究了新的 L-K 泛函,以探索时滞相关的稳定性条件^[7]。下面,讨论 3 个有代表性的 L-K 泛函及其时滞相关的稳定性条件。

1.2.1 广义模型变换方法 考虑 L-K 函数^[17]

$$\begin{aligned} V_1(t) = & [x^T(t) \quad \dot{x}^T(t)]EP \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \\ & \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)dsd\theta \end{aligned} \tag{8}$$

式中: $R=R^T>0$,并且

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, P_1 = P_1^T > 0 \tag{9}$$

$$\dot{V}_1(t) = 2[x^T(t) \quad \dot{x}^T(t)]P^T \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ -\dot{x}(t) + Ax(t) + A_d x(t) - A_d(t) \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds \end{bmatrix} \tag{10}$$

如果存在 $P_1、P_2、P_3$ 和 R ,并且满足

$$\int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)dsd\theta \tag{12}$$

式中: $P=P^T>0;Q=Q^T\geq 0;Z=Z^T\geq 0$ 。

$$\dot{V}_2(t) = 2x^T(t)P\dot{x}(t) + x^T(t)Qx(t) -$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x}^T(t-\tau)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t-\tau) + \\ & \dot{\mathbf{x}}^T(t)\mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{\mathbf{x}}(s)\mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}(s)ds \end{aligned} \quad (13)$$

如果存在 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{Z}$, 以及适当维数的矩阵 $\mathbf{N}_i$ 和 $\mathbf{T}_i$ ($i=1,2,3$), 满足矩阵不等式

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{11} & \mathbf{\Gamma}_{12} & \mathbf{\Gamma}_{13} & \tau\mathbf{N}_1 \\ \mathbf{\Gamma}_{12}^T & \mathbf{\Gamma}_{22} & \mathbf{\Gamma}_{23} & \tau\mathbf{N}_2 \\ \mathbf{\Gamma}_{13}^T & \mathbf{\Gamma}_{23}^T & \mathbf{\Gamma}_{33} & \tau\mathbf{N}_3 \\ \tau\mathbf{N}_1^T & \tau\mathbf{N}_2^T & \tau\mathbf{N}_3^T & -\tau\mathbf{Z} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

则系统(1)是渐近稳定的。式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{11} &= \mathbf{Q} + \mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_1^T - \mathbf{A}^T\mathbf{T}_1^T - \mathbf{T}_1\mathbf{A} \\ \mathbf{\Gamma}_{12} &= \mathbf{N}_2^T - \mathbf{N}_1 - \mathbf{A}^T\mathbf{T}_2^T - \mathbf{T}_1\mathbf{A}_d \\ \mathbf{\Gamma}_{13} &= \mathbf{P} + \mathbf{N}_3^T + \mathbf{T}_1 - \mathbf{A}^T\mathbf{T}_3^T \\ \mathbf{\Gamma}_{22} &= -\mathbf{Q} - \mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^T - \mathbf{T}_2\mathbf{A}_d - \mathbf{A}_d^T\mathbf{T}_2^T \\ \mathbf{\Gamma}_{23} &= -\mathbf{N}_3^T + \mathbf{T}_2 - \mathbf{A}_d^T\mathbf{T}_3^T \\ \mathbf{\Gamma}_{33} &= \tau\mathbf{Z} + \mathbf{T}_3 + \mathbf{T}_3^T \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

1.2.3 Gu 的完整 L-K 泛函方法 在一般情况下, L-K 泛函的稳定性条件是充分条件, 但不是必要条件。L-K 意义下的充分必要条件最早是由 Huang 提出的^[19], Gu 完善了 L-K 泛函的充分必要条件^[20]。

考虑 Gu 的完整 L-K 泛函

$$\begin{aligned} V_3(\boldsymbol{\phi}) &= \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}^T(0)\mathbf{P}\boldsymbol{\phi}(0) + \\ & \boldsymbol{\phi}^T(0)\int_{-\tau}^0\mathbf{Q}(\zeta)\boldsymbol{\phi}(\zeta)d\zeta + \\ & \frac{1}{2}\int_{-\tau}^0d\zeta\int_{-\tau}^0\boldsymbol{\phi}^T(\zeta)\mathbf{R}(\zeta,\eta)\boldsymbol{\phi}(\eta)d\eta + \\ & \frac{1}{2}\int_{-\tau}^0\boldsymbol{\phi}^T(\zeta)\mathbf{S}(\zeta)\boldsymbol{\phi}(\zeta)d\zeta \end{aligned} \quad (16)$$

式中: $\boldsymbol{\phi} \in R^n$; $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T \in R^{n \times n}$; $\mathbf{Q}(\zeta) \in R^{n \times n}$; $\mathbf{R}(\zeta, \eta) = \mathbf{R}^T(\eta, \zeta) \in R^{n \times n}$; $\mathbf{S}(\zeta) = \mathbf{S}^T(\zeta) \in R^{n \times n}$ 。矩阵 $\mathbf{Q}(\zeta)$ 、 $\mathbf{R}(\zeta, \eta)$ 和 $\mathbf{S}(\zeta)$ 是参数 ζ 和 η 的连续函数, 暗含无穷多个矩阵。在计算这些矩阵时, 要把参数 ζ 和 η 在时间区间 $[-\tau, 0]$ 上离散。根据文献[20], 把时间区间 $[-\tau, 0]$ 划分为 N 段后, $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{S}$ 在每一个小区间内被近似为其参数 ζ 和 η 的线性函数。当 $N=10$ 时, 计算 Gu 的 LMI 不等式需要计算 597 个矩阵。这个近似当然也使得式(16)中的积分运算成为近似的。

如果 L-K 函数是正数($\epsilon > 0$), 且沿着响应 $\mathbf{x}_t(\theta) = \mathbf{x}(t+\theta)$ 的导数是负数, 则系统是稳定的。

$$\left. \begin{aligned} V_3(\boldsymbol{\phi}) &\geq \epsilon\boldsymbol{\phi}^T(0)\boldsymbol{\phi}(0) \\ \dot{V}_3(\boldsymbol{\phi}) &= \frac{d}{dt}V_3(\mathbf{x}_t) \big|_{\mathbf{x}_t=\boldsymbol{\phi}} \leq -\epsilon\boldsymbol{\phi}^T(0)\boldsymbol{\phi}(0) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式(7)的稳定条件可以用矩阵不等式表示。由于篇幅有限, 这里不再详细描述, 可以参考文献[20]。当离散参数 N 取值较大时, 使用 LMI 优化的算法计算稳定性边界是相当费时的。

2 典型例子

研究一个带时滞 PD 反馈控制的二阶线性系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k & -c \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix} \mathbf{x}(t-\tau) \quad (18)$$

式中: $\mathbf{x} = [x_1(t), x_2(t)]^T$; τ 是时滞; k_p 和 k_d 是反馈增益。对于给定的参数 k 和 c , 应用上述的 L-K 稳定性条件, 计算出增益参数空间里针对不同时滞 τ 的稳定域。系统(18)可以由特征方程所确定的稳定域从式(3)计算得到^[21], 用作检验 L-K 稳定域计算的标准。

Matlab 中的 LMI 工具箱用来识别系统的稳定性。调用函数 feap() 后, 若返回值为负, 说明 LMI 工具箱通过优化方法找到了所有需要的矩阵, 可以满足系统稳定性矩阵不等式; 若返回值为正, 说明 LMI 工具箱无法找到让矩阵不等式成立的矩阵; 若返回值为 0, 对应的是稳定性边界。换句话说, 稳定性边界是由 $\dot{V}=0$ 确定的。上述不同的 L-K 泛函的稳定域将在下面给出。在稳定性数值计算中, 选取 $k=4$ 和 $c=0.2$ 。在采用 Gu 的 L-K 泛函时, 选取 $N=5, 10, 20$, 计算发现稳定域变化很小, 因此本文只给出 $N=10$ 的结果。

2.1 时滞无关的 Lyapunov 稳定性结果

首先比较由式(7)得到的稳定域和由特征方程方法得到的稳定域, 见图 1。在数值研究中, 选择不同的时滞 $\tau = \pi/30, \pi/4, \pi/2$ 。既然 L-K 的稳定条件中不包括时滞 τ , 这就意味着稳定条件对任意时滞, 包括任意大的时滞, 都成立。从图 1 可以看出, 无论时滞 τ 取值大小如何, 由 L-K 稳定性条件得到的稳定域总在特征方程得到的稳定域内部, 因此, 由式(7)得到的稳定域是保守的。同时, 可以预测随着 $\tau \rightarrow \infty$, 稳定域会收敛到由时滞无关的 Lyapunov 方法得到的区域中。

2.2 时滞相关的 Lyapunov 稳定性结果

下面研究时滞相关的 L-K 稳定性。图 2 给出了当 $\tau = \pi/30, \pi/4, \pi/2$ 时, 由 3 个 L-K 泛函得到的稳定域与由特征方程得到的稳定域的比较结果。从图 2 可以发现, 所有时滞相关的 L-K 稳定性条件给出的稳定域都比时滞无关的稳定域大。由于 Gu 的

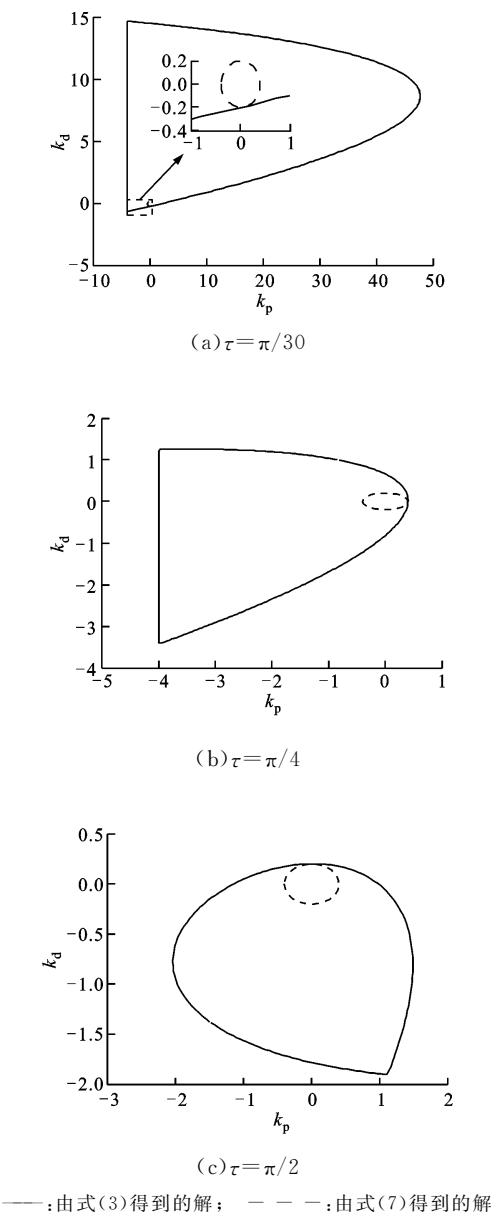


图 1 反馈增益参数空间的时滞无关稳定域

完整 L-K 稳定性条件是充分必要的,故其稳定域和由特征方程得到的稳定域基本重合,但 Gu 的方法程序运行时间较长,其非保守性是以增加计算量为代价的。总体上来说,Gu 的 L-K 稳定性条件是目前已知的最好的稳定性条件。

与时滞无关的 L-K 稳定性条件相比,当时滞较小时($\tau=\pi/30$),利用另外 2 个时滞相关的 L-K 条件,预测到了更接近由特征方程得到的稳定域。当时滞变大时,稳定域范围在减小。对于时滞相关的稳定性条件,如 V_1 和 V_2 以及文献中其他一些类似的时滞相关的稳定性条件,其对应的 LMI 不等式中只包含系统在 $t-\tau$ 和 t 时刻的响应行为,没有考虑 $t-\tau$ 和 t 之间的响应,而系统在 $t-\tau$ 和 t 之间的响

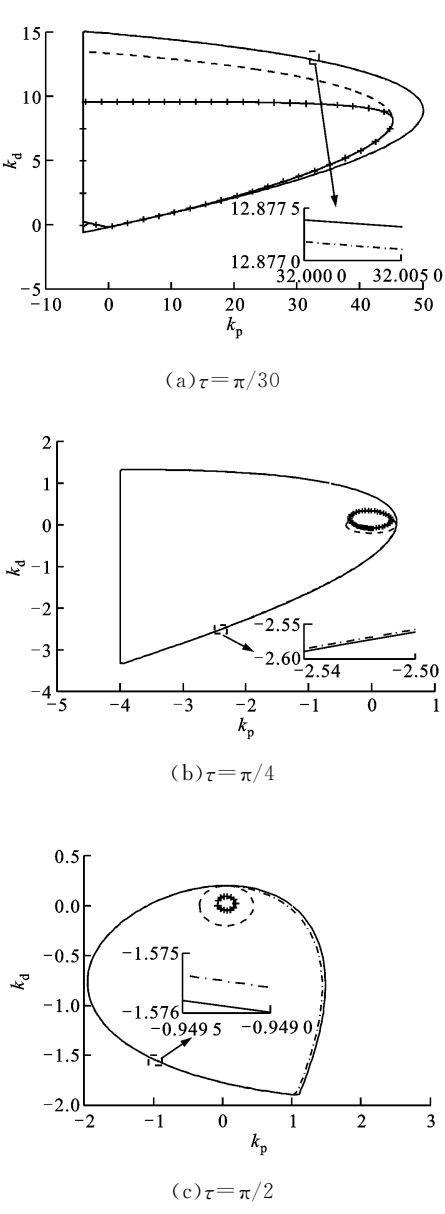


图 2 反馈增益参数空间的时滞相关稳定域

应对稳定性预测也至关重要。当时滞较小时,不考虑 $t-\tau$ 和 t 之间的响应对稳定域影响不大,但是当时滞较大时就会出现较大的保守性,而 Gu 的完整 L-K 泛函的 LMI 不等式中包含了系统响应在 $t-\tau$ 到 t 之间的全过程,这就是为什么 Gu 的完整 L-K 泛函是必要和充分条件以及保守性小的原因。

3 结 论

本文研究了 3 个有代表性的 L-K 泛函在线性时滞动力学系统稳定性分析中的应用,并且将这几种方法得到的稳定域和由特征方程得到的稳定域做了比较,结果发现:在一般情况下,L-K 泛函的稳定

性条件是充分且保守的,但 Gu 的完整 L-K 泛函的稳定性条件是必要和充分的。因此,当将 Lyapunov 稳定性理论用于控制设计时,经常使用保守的稳定性条件,而 Gu 的 L-K 泛函是最佳的稳定性分析方法。

参考文献:

- [1] KAPILA V, HADDAD W M. Robust stabilization for systems with parametric uncertainty and time delay [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1999, 336: 473-480.
- [2] WU Hansheng, MIZUKAMI K. Robust stability criteria for dynamical systems including delayed perturbations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(3): 487-490.
- [3] CAO Yongyan, LIN Zongli, HU Tingshu. Stability analysis of linear time-delay systems subject to input saturation [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems; I Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(2): 233-240.
- [4] FRIDMAN E, ORLOV Y. Exponential stability of linear distributed parameter systems with time-varying delays [J]. *Automatica*, 2009, 45(1): 194-201.
- [5] KIM J H. Improved ellipsoidal bound of reachable sets for time-delayed linear systems with disturbances [J]. *Automatica*, 2008, 44(11): 2940-2943.
- [6] FAN Kuo-Kuang, CHEN Jenq-Der, LIEN Chang-Hua, et al. Delay-dependent stability criterion for neutral time-delay systems via linear matrix inequality approach [J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2002, 273(2): 580-589.
- [7] IVANESCU D, DION J M, DUGARD L, et al. Dynamical compensation for time-delay systems: an LMI approach [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2000, 10(8): 611-628.
- [8] KOLMANOVSKII V B, RICHARD J P. Stability of some linear systems with delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(5): 984-989.
- [9] ZHANG Xiping, TSOTRAS P, KNOSPE C. Stability analysis of LPV time-delayed systems [J]. *International Journal of Control*, 2002, 75(7): 538-558.
- [10] HAN Qing-Long. A discrete delay decomposition approach to stability of linear retarded and neutral systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 517-524.
- [11] SHAO Hanyong. Improved delay-dependent stability criteria for systems with a delay varying in a range [J]. *Automatica*, 2008, 44(12): 3215-3218.
- [12] HE Yong, WANG Qing-Guo, LIN Chong, et al. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay [J]. *Automatica*, 2007, 43(2): 371-376.
- [13] HU Xiao-Bing, CHEN Wen-Hua. Model predictive control for constrained systems with uncertain state-delays [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2004, 14(17): 1421-1432.
- [14] KWON O M, PARK J H, LEE S M. On delay-dependent robust stability of uncertain neutral systems with interval time-varying delays [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 203(2): 843-853.
- [15] 刘健辰, 章兢, 张红强, 等. 时滞系统稳定性分析和镇定: 一种基于 Finsler 引理的统一观点 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(11): 1577-1582.
LIU Jianchen, ZHANG Jing, ZHANG Hongqiang, et al. Stability analysis and stabilization for time-delay systems: a unified viewpoint of Finsler's lemma [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(11): 1577-1582.
- [16] 张红强, 刘健辰. 基于二次分离方法的时变时滞系统稳定性分析 [J]. *控制与决策*, 2011, 26(10): 1596-1600.
ZHANG Hongqiang, LIU Jianchen. Stability analysis for time-varying delay systems based on quadratic separation approach [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(10): 1596-1600.
- [17] FRIDMAN E. New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems [J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 43(4): 309-319.
- [18] HE Yong, WU Min, SHE Jin-Hua, et al. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(5): 828-832.
- [19] HUANG Wenzhang. Generalization of Liapunov's theorem in a linear delay system [J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1989, 142(1): 83-94.
- [20] GU Kegin. A further refinement of discretized Lyapunov functional method for the time-delay systems [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2001: 3998-4003.
- [21] SHENG Jie, ELBEYLI O, SUNG Jian-Qiao. Stability and optimal feedback controls for time-delayed linear periodic systems [J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(5): 908-911.

(编辑 葛赵青)